PART4　三角関数を含む不等式

例題

$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の不等式を満たす θ の値の範囲を求めよ。

(1)　$\sin\theta \geqq \dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(2)　$\cos\theta > -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　(3)　$\tan\theta \geqq \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

Point Pickup

練習

$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の不等式を満たす θ の値の範囲を求めよ。

(1)　$\sin\theta < \dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　(2)　$\cos\theta \leqq -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(3)　$\tan\theta < \sqrt{3}$

第 9 講　PART4 確認問題

$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の不等式を満たす θ の値の範囲を求めよ。

1

$\sin\theta < \dfrac{1}{2}$

ア

① $\dfrac{\pi}{3} < \theta < \dfrac{2}{3}\pi$

② $\dfrac{\pi}{6} < \theta < \dfrac{5}{6}\pi$

③ $0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{3}$，$\dfrac{2}{3}\pi < \theta < 2\pi$

④ $0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{6}$，$\dfrac{5}{6}\pi < \theta < 2\pi$

2

$\cos\theta \leqq \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

イ

① $\dfrac{\pi}{3} \leqq \theta \leqq \dfrac{5}{3}\pi$

② $\dfrac{\pi}{6} \leqq \theta \leqq \dfrac{11}{6}\pi$

③ $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{3}$，$\dfrac{5}{3}\pi \leqq \theta < 2\pi$

④ $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{6}$，$\dfrac{11}{6}\pi \leqq \theta < 2\pi$

3 $\tan\theta < 1$

ウ

① $\dfrac{\pi}{4} < \theta < \dfrac{\pi}{2}$, $\dfrac{5}{4}\pi < \theta < \dfrac{3}{2}\pi$

② $0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{4}$, $\pi \leqq \theta < \dfrac{5}{4}\pi$

③ $0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{4}$, $\dfrac{\pi}{2} < \theta \leqq \pi$,

$\dfrac{5}{4}\pi < \theta < \dfrac{3}{2}\pi$, $\dfrac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$

④ $0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{4}$, $\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{5}{4}\pi$, $\dfrac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$

PART4　三角関数を含む不等式

例題

$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の不等式を満たす θ の値の範囲を求めよ。

(1)　$\sin\theta \geqq \dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(2)　$\cos\theta > -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　(3)　$\tan\theta \geqq \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

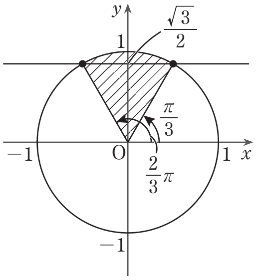
(1)　$\dfrac{\pi}{3} \leqq \theta \leqq \dfrac{2}{3}\pi$

(2)　$0 \leqq \theta < \dfrac{3}{4}\pi$，$\dfrac{5}{4}\pi < \theta < 2\pi$

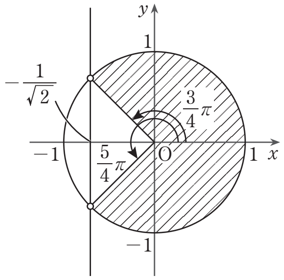
(3)　$\dfrac{\pi}{6} \leqq \theta < \dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{7}{6}\pi \leqq \theta < \dfrac{3}{2}\pi$

（参考図）

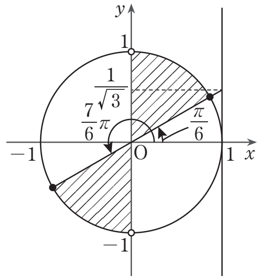
(1)



(2)



(3)



練習

$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の不等式を満たす θ の値の範囲を求めよ。

(1)　$\sin\theta < \dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　(2)　$\cos\theta \leqq -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(3)　$\tan\theta < \sqrt{3}$

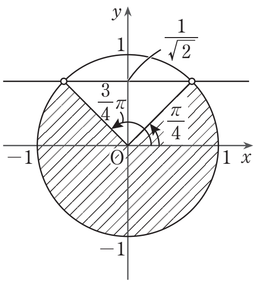
(1)　$0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{4},\ \dfrac{3}{4}\pi < \theta < 2\pi$

(2)　$\dfrac{5}{6}\pi \leqq \theta \leqq \dfrac{7}{6}\pi$

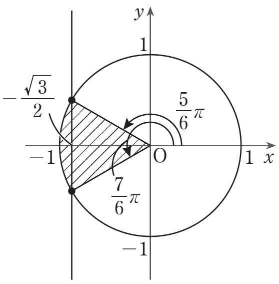
(3)　$0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{3},\ \dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{4}{3}\pi,\ \dfrac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$

（参考図）

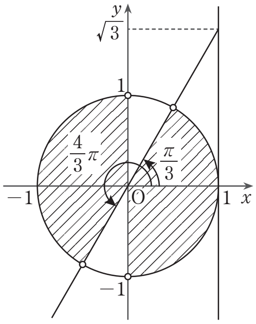
(1)



(2)



(3)



第 9 講　PART4 確認問題 解答

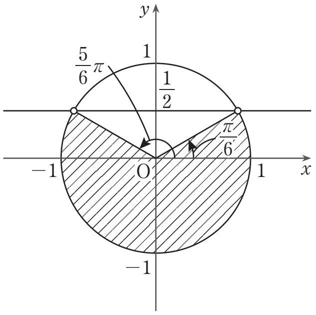
1

[正解] ア：④

[解説]

$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で，$\sin\theta = \dfrac{1}{2}$ を満たす θ の値は

$$\theta = \frac{\pi}{6},\ \frac{5}{6}\pi$$ [A]



よって，$\sin\theta < \dfrac{1}{2}$ を満たす θ の値の範囲は

$$0 \leqq \theta < \frac{\pi}{6},\ \frac{5}{6}\pi < \theta < 2\pi$$

[A]　三角関数を含む不等式の解法

① 不等式における不等号(＞，≧，＜，≦）を，等号(＝)に変えた方程式を，単位円を用いて解く。

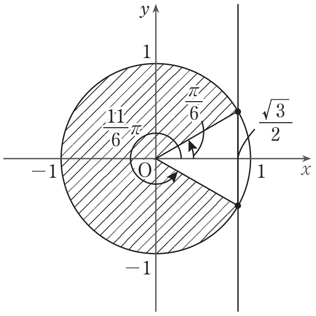
② 単位円において，不等式を満たす θ の値の範囲を，不等号の向きに注意し，動径の存在範囲に注目して求める。

2 [正解] イ：②

[解説]

$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で，$\cos\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす θ の値は

$$\theta = \frac{\pi}{6},\ \frac{11}{6}\pi$$ [B]



よって，$\cos\theta \leqq \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす θ の値の範囲は

$$\boldsymbol{\frac{\pi}{6} \leqq \theta \leqq \frac{11}{6}\pi}$$

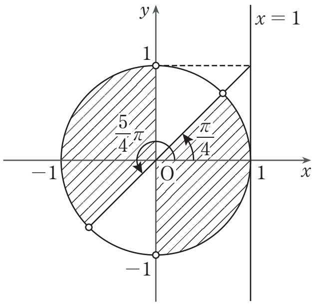
[B]　三角関数を含む不等式の解法
① 不等式における不等号（＞，≧，＜，≦）を，等号（＝）に変えた方程式を，単位円を用いて解く。
② 単位円において，不等式を満たす θ の値の範囲を，不等号の向きに注意し，動径の存在範囲に注目して求める。

3 ［正解］ウ：④

［解説］

$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で，$\tan\theta = 1$ を満たす θ の値は

$$\theta = \frac{\pi}{4},\ \frac{5}{4}\pi$$ ［C］



［C］　三角関数を含む不等式の解法
① 不等式における不等号（＞，≧，＜，≦）を，等号（＝）に変えた方程式を，単位円を用いて解く。
② 単位円において，不等式を満たす θ の値の範囲を，不等号の向きに注意し，動径の存在範囲に注目して求める。

よって，$\tan\theta < 1$ を満たす θ の値の範囲は

$$\mathbf{0 \leqq \theta < \frac{\pi}{4},\ \frac{\pi}{2} < \theta < \frac{5}{4}\pi,}$$

$$\mathbf{\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi}$$